

## **Požadavky ke SZZ pro NMgr. studium Učitelství matematiky pro 2. st. ZŠ**

Koncepce SZZ: Student dostane kombinaci 3 otázek z matematické analýzy, algebry a geometrie a jednu z těchto otázek mu komise určí jako didaktickou (buď po krátkém odborném úvodu, nebo přímo celou).

### **ALGEBRA (ZŠ)**

**Vektory.** Geometrický a aritmetický model. Operace s vektory. Skalární součin. Vektorové (lineární) (pod)prostory, aritmetický vektorový prostor. Lineární kombinace. Lineární (ne)závislost skupiny vektorů. Báze, dimenze. Příklady vektorových prostorů.

**Matice nad polem.** Typ matice,  $[2 \times 2]$ -matice. Maticové operace (sčítání, násobení skalárem, násobení matic), jejich vlastnosti. Hodnota matice. Inverzní matice.

**Determinanty.** Pořadí. Permutace jako zobrazení, skládání (násobení), inverze. Cykly, transpozice. Počítání s permutacemi. Permutační definice determinantu, výpočet (eliminace, rozvoj podle řádku).

**Dělitelnost.** Dělení se zbytkem. Modulární aritmetika. Dělitelnost lineární kombinace. (nsd), Euklidův algoritmus, [nsn].

**Dělitelnost.** (Ne)soudělnost. Prvočísla, základní věta aritmetiky (rozklad na součin mocnin prvočísel). Kritéria dělitelnosti.

**Číselné obory.** Přirozená čísla, matematická indukce, poziční číselné soustavy.

**Číselné obory.** Konstrukce pole celých, racionálních a komplexních čísel.

**Řešení rovnic.** Definice, vybrané typy. Nulové body, řešitelnost rovnic. (Ne)ekvivalentní úpravy, některé vlastnosti kořenů algebraických rovnic.

**Soustavy lineárních algebraických rovnic.** Existence a jednoznačnost řešení. Metody řešení: Gaussova eliminace, pomocí inverzní matice, Cramerovo pravidlo.

**Polynomy.** Jejich kořeny (násobnost). Hornerův algoritmus (dělení lineárním 2členem). Základní věta algebry. Rozklad polynomu na součin mocnin ireducibilních polynomů.

**Výroková logika.** Množinově logický jazyk matematiky. Výrok, výroková forma. Operace s výroky.

**Kartézský součin, relace.** Relace, speciálně binární. Vlastnosti: reflexivnost, (anti)symetrie, tranzitivnost. Relace ekvivalence a rozklad množiny, uspořádání. Hasseovské diagramy.

**Algebraické operace.** Základní vlastnosti. Cayleyova tabulka.

**Algebraické struktury s 1 operací (malé grupy).** Počítání s permutacemi.

**Algebraické struktury se 2 operacemi (okruh, obor integrity, pole).**

### **GEOMETRIE (ZŠ)**

Základní znalosti o **axiomatické výstavbě** euklidovské geometrie.

**Kuželosečky** definované fokálně.

**Shodná** a podobná **zobrazení** v rovině.

**Množiny bodů dané vlastností,** mocnost bodu ke kružnici, chordála, potenční bod.

**Konstruktivní úlohy,** Pojem konstruktivní úlohy, postup řešení. Metody řešení úloh: využitím množin bodů dané vlastností, pomocí zobrazení, na základě výpočtů, analytickou geometrií.

**Osová afinita** v rovině, zobrazení kuželoseček v osově afině. **Perspektivní kolineace** v rovině, zobrazení kuželoseček v perspektivní kolineaci.

**Volné rovnoběžné promítání,** zobrazení základních geometrických útvarů.

Základní úlohy **Mongeova promítání,** polohové a metrické úlohy, řešení prostorových úloh, zobrazení základních těles, rovinné řezy základních těles.

**Pravouhlá axonometrie,** základní polohové a metrické úlohy, řešení úloh a zobrazení geometrických útvarů v souřadnicových rovinách a v rovinách, které jsou s nimi rovnoběžné, zobrazení základních těles s podstavami v těchto rovinách.

**Afinní n-rozměrný prostor  $A_n$ ,** modely, afinní souřadnicová soustava, podprostory v  $A_n$ , jejich vzájemná poloha, nadrovina a její vyjádření rovnicí. Části podprostorů jako bodové množiny (úsečka, polopřímka, úhel ...).

**Afinní zobrazení** v afinním prostoru, základní vlastnosti, jádro afinity, afinní grupa. Samodružné body. Samodružné a invariantní směry afinity.

**Euklidovský prostor  $E_n$ ,** kartézská souřadnicová soustava, vzdálenost bodů, vzájemná poloha podprostorů  $E_n$ , vzdálenost dvou podprostorů, kolmost a odchylka podprostorů.

**Elementární geometrie trojúhelníku.** Definice, vymezení pojmu. Základní pojmy a prvky trojúhelníku (těžnice, střední příčka, výška, kružnice opsaná, vepsaná, připsaná) a jejich vlastnosti. Věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků, Pythagorova věta, Eukleidovy věty.

**Translace, stejnolehlost, grupa homotetií.** Klasifikace afinní grupy v jedno-, dvoj- a trojrozměrném prostoru.

**Mnohoúhelníky.** Definice, konvexní mnohoúhelník, pravidelné mnohoúhelníky, jejich vlastnosti. Podrobněji obecný čtyřúhelník, rovnoběžník. Pravouhelník, deltoid, tětíkový a tečnový čtyřúhelník.

## MATEMATICKÁ ANALÝZA (ZŠ)

Pojem **reálného čísla**, maximum a supremum množiny v  $\mathbb{R}$ , omezenost množiny, rozdíl mezi uspořádanými tělesy racionálních a reálných čísel.

**Zobrazení a funkce** obecně, skládání funkcí, monotonie funkce na intervalu, prostá funkce, inverzní funkce, podmínky pro existenci inverzní funkce.

Reálná **funkce jedné reálné proměnné**, spojitost v bodě a v intervalu, vlastnosti spojitých funkcí. Spojitost složené funkce. Monotonie a spojitost inverzní funkce, přirozená mocnina, polynomy, racionální funkce, odmocniny. Sudé, liché a periodické funkce.

**Definice limity funkce**, (ne)vlastní limity v (ne)vlastních bodech, jejich lokální charakter. Vztah limity a spojitosti. Vlastnosti spojitých funkcí na uzavřeném intervalu.

**Přehled základních elementárních funkcí**: funkce lineární, konvexní a konkávní, afinní, exponenciála a logaritmus, hyperbolické a goniometrické funkce. Funkce arcsin a arctg.

**Derivace funkce**, její geometrický a fyzikální význam. Technika derivování. Diferenciál funkce, souvislost s derivací. Derivování složené funkce.

**Užití derivace**, resp. vyšších derivací, na průběh funkce: vztah k monotónii, k lokálním extrémům, ke konvexitě a konkávnosti funkce. Inflexní body a asymptoty.

**Primitivní funkce, zápis**. Technika výpočtu primitivní funkce, metoda per partes a metoda substituční. Integrovaní racionálních funkcí rozkladem na parciální zlomky, standardní substituce. Definice Newtonova integrálu.

**Riemannův integrál**. Postačující podmínky pro existenci Riemannova integrálu. Vztah mezi Riemannovým integrálem a primitivní funkcí.

**Applikace integrálního počtu**: obsah speciálních rovinných oborů, délka grafu funkce a její výpočet, objemy rotačních útvarů.

**Posloupnosti čísel**: limita posloupnosti, existence limity monotonní posloupnosti.

**Číselné řady**: definice součtu řady. Absolutní konvergence řady, řada geometrická, harmonická, mocninná. Konvergenční kritéria pro číselné řady. Bodová konvergence posloupnosti a řady funkcí. Taylorův polynom a Taylorova řada. Rozvoje elementárních funkcí exp, sin, cos a dalších.

**Metrický prostor**, příklady metrik, prostor  $C([a,b])$  všech spojitých funkcí na intervalu  $[a,b]$ . Vnitřní, vnější, hraniční, hromadný bod množiny, otevřená, uzavřená množina, kompaktní množina v  $m$ -rozměrném eukleidovském prostoru. Křivka v rovině a v prostoru. Spojitá zobrazení metrických prostorů.

**Funkce dvou proměnných**. Lokální a absolutní (globální) extrémy. Implicitní funkce. Nabývání extrémů na kompaktní množině.

**Lineární diferenciální rovnice** 1. řádu, rovnice s konstantními koeficienty, rovnice se separovanými proměnnými

## DIDAKTIKA MATEMATIKY (ZŠ) (okruhy otázek, které budou logicky „připojeny“ k vylosované troj otázce)

**Metodické zpracování učebních témat na ZŠ (a jejich vztah k matematické teorii):**

**Racionální čísla** – jejich zavedení, vlastnosti. Myšlenka konstrukce TRČ.

**Operace** – základní pojmy, vlastnosti. Příklady ve školské matematice.

**Číselné struktury** – s 1 a se 2 operacemi ve školské matematice.

**Dělitelnost** – základní pojmy, znaky dělitelnosti, prvočísla a čísla složená, metody určování nsn a Nsd.

**Poměr, úměrnosti** - jejich zavedení a využití. **Procenta** – základní pojmy, způsoby výpočtu.

**Rovnice a nerovnice** – základní pojmy, typy rovnic a způsoby jejich řešení.

**Soustavy rovnic** - způsoby jejich řešení.

**Funkce** – jejich zavedení, typy funkcí, užití.

**Trojúhelník** – definice, vlastnosti, třídění. Pythagorova věta - způsoby výkladu.

**Mnohoúhelníky**, zejména čtyřúhelníky – vlastnosti, třídění.

**Kruh, kružnice** – definice, vzájemné polohy.

**Základní tělesa** – jejich zavedení, vlastnosti, objem, vyvození vzorce pro povrch kužele.

**Středová a osová souměrnost** – jejich zavedení, vlastnosti.

**Množiny bodů v rovině** – definice, metody určování, významné příklady množin bodů.

**Konstrukční úlohy** – metody a fáze řešení, ilustrativní příklady.

**Didaktika** (případné doplňující otázky):

**Jazyk školské matematiky** – formy jazyka, matematické formulace, problém 3 jazyků.

**Výrazy s proměnnou** - jejich zavedení, základní početní operace s výrazy.

**Mocniny** – jejich zavedení, početní operace s nimi.

**Obsah obrazce** – způsob zavedení, vyvození vzorců pro obsah shodnou rozložitelností útvarů.

**Pojmotvorný proces**, matematická definice, matematická věta a důkaz.

**Přehled prostředků matematického vzdělávání**, didaktické zásady a metody, materiální prostředky.

**Organizace vyučování matematice**, organizační formy, příprava učitele na vyučování.

**Zefektivňování vyučovacího procesu**, motivace, diferenciacce, příklady efektivní výuky.

**Matematizace reálných situací**, metodika řešení slovních a konstrukčních úloh.